

**Schraubenberechnung unter
Berücksichtigung der Flanken-
winkel, Werkstoffkennwerte
und Scherspannungsfaktoren.**

von

Dipl.-Ing. Gerhard Friedrich Dose

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1	Einleitung
	3
2	Schraubenberechnung
	4
2.1	Formelzeichen
	4
2.2	Scherspannungsfaktor
	5
2.3	Ermittlung der Einschraubtiefen
	5
2.3.1	Mindesteinschraubtiefe für Bolzenbruch
	6
2.3.2	Erforderliche Einschraubtiefe bei Betriebslast
	6
2.3.3	Berechnung der Scherspannungen im Gewinde
	7
2.3.4	Ermittlung des Scherspannungsfaktors
	7
2.4	Berücksichtigung der Toleranzen
	8
2.5	Zulässige Flächenpressung unter den Schraubenköpfen
	8
2.6	Unterschiedliche Gewindearten
	9
2.6.1	Metrisches Gewinde nach DIN 3 und 13
	9
2.6.2	Whitworth-Gewinde
	9
2.6.3	Stahlpanzerrohrgewinde
	9
2.6.4	Trapezgewinde
	9
2.6.5	Rundgewinde nach DIN 15403 für Kranhaken
	12
2.6.6	Sägewinde nach DIN 513, Teil 1 bis 3 (April 1985)
	12
	Tabelle 1: PAN-Gleitmetalle
	14
	Literatur
	15

1 Einleitung

Bei der Berechnung von Schraubenverbindungen ging Prof. C. Bach gemäß [1] von der Annahme aus, daß die Gewindegänge im Grunde der Mutter abgebrochen werden. Daraus folgte für ihn, daß die Gewindegänge sowohl auf Biegung als auch auf Schub beansprucht werden. Die größere der beiden Beanspruchungen wurde maßgebend.

In den 50er Jahren wurde statt des Abbrechens ein Abscheren angenommen, wobei jedoch die Höhe des Gewindeganges mit $7/8 \cdot P$ in Ansatz gebracht wurde. Der Versagensdurchmesser wurde mit dem Kerndurchmesser eingesetzt, so daß für die Abscherfläche auch die Anzahl der tragenden Gewindegänge zu berücksichtigen waren.

Bei einer neueren Berechnung, die von Alexander [2] 1977 verfeinert wurde, wurde anscheinend die Theorie von Bach übernommen und erweitert. Es wird hier davon ausgegangen, daß das Gewinde entweder im Grunde der Mutter oder des Bolzens abgestreift wird. Die in [3] im Abschnitt 5.2.2 angegebene Berechnung führt wegen der nichtstimmigen Annahme des Abstreifens zu unterschiedlichen Mindesteinschraubtiefen. So wurde, wie in [4] aufgeführt, bei einer Werkstoffpaarung von 1.4313 für den Bolzen und GGG 40 für die Mutter die Einschraubtiefen

$$m_B = 0,980 \cdot d \text{ für den Bolzen und}$$

$$m_M = 2,326 \cdot d \text{ für die Mutter}$$

ermittelt. Bei Versuchen mit diesen Werkstoffen wurde aber eindeutig festgestellt, daß das Gewinde bei einer Einschraubtiefe von $m = 1,233 \cdot d$ abgestreift wurde und bei $m = 1,4 \cdot d$ der Bolzen brach.

In einem anderen Fall wurden bei der Werkstoffpaarung 8.8 und St 37 Einschraubtiefen von

$$m_B = 1,848 \cdot d \text{ für den Bolzen und}$$

$$m_M = 2,749 \cdot d \text{ für die Mutter}$$

errechnet. Im letzteren Fall war die Zugspannung so groß, daß 90 % der Streckgrenze erreicht wurden.

Zwischenzeitlich wurde 1981 seitens der DDR die TGL 38512 erarbeitet und eingeführt. Die im Abschnitt 4.2.8 auf Seite 11 aufgeführte Formel für die Mindesteinschraubtiefe berücksichtigte zwar keinen Abstreifdurchmesser und keinen Scherspannungsfaktor, erzielte aber nur einen Wert für die Einschraubtiefe.

Abweichend von den Normalfällen 'Schraube und Mutter', werden Schraubverbindungen hergestellt, wo der Mutterwerkstoff eine wesentlich geringere Streckgrenze als der Bolzenwerkstoff besitzt. Auch umgekehrt kann das der Fall sein.

Da die Kraft im Bolzengewinde gleich der Kraft im Mutterngewinde ist, ergeben sich für die beanspruchten Scherflächen die Gleichung

$$A_{\tau,B} \cdot \tau_B = F = A_{\tau,M} \cdot \tau_M.$$

An Hand dieser Gleichung ist ersichtlich, daß bei unterschiedlichen Scherspannungen τ_B und τ_M die Scherfläche A desto größer sein muß, desto kleiner der Wert τ ist.

Die Berechnung nach [4] folgt der vorstehenden Gleichung, so daß bei absolut gleichen Werkstoffwerten der Abstreifdurchmesser dem Flankendurchmesser entspricht. Bei unterschiedlichen Werkstoffwerten verschiebt sich der Abstreifdurchmesser im unbekehrten Verhältnis der Werkstoffkennwerte, also bei „schlechterer“ Mutter nach außen, bzw. bei „besserer“ Mutter nach innen.

Bei einer belasteten Schraubverbindung sind die tragenden Gewindegänge auf Biegung und auf Schub beansprucht. Die in der Berechnung eingesetzte Scherspannung ist eine Ersatzspannung für die auftretenden Biege- und Schubspannungen mit

$$\tau_{m,pB,M} = \beta_{B,M} \cdot R_{m,pB,M},$$

wobei $\beta_{B,M}$ die Scherspannungsfaktoren für die Bolzen bzw. Muttern und für die verschiedenen Werkstoffe unterschiedlich sind. Diese Werte wurden in weit mehr als 100 Versuchen ermittelt. Siehe hierzu auch [4, 5 und 6]

In Bild 1 ist links bei dem abgestreiften Gewinde deutlich zu sehen, daß im eingeschraubten Bereich sowohl der Bolzen als auch die Mutter abgestreift wurden. In diesem Fall stimmten der errechnete und der gemessene Abstreifdurchmesser überein. Im allgemeinen wurde jedoch festgestellt, Daß hier geringfügige Abweichungen vorhanden sind, wie aus den Versuchsprotokollen in [4, 5 und 6] ersichtlich.

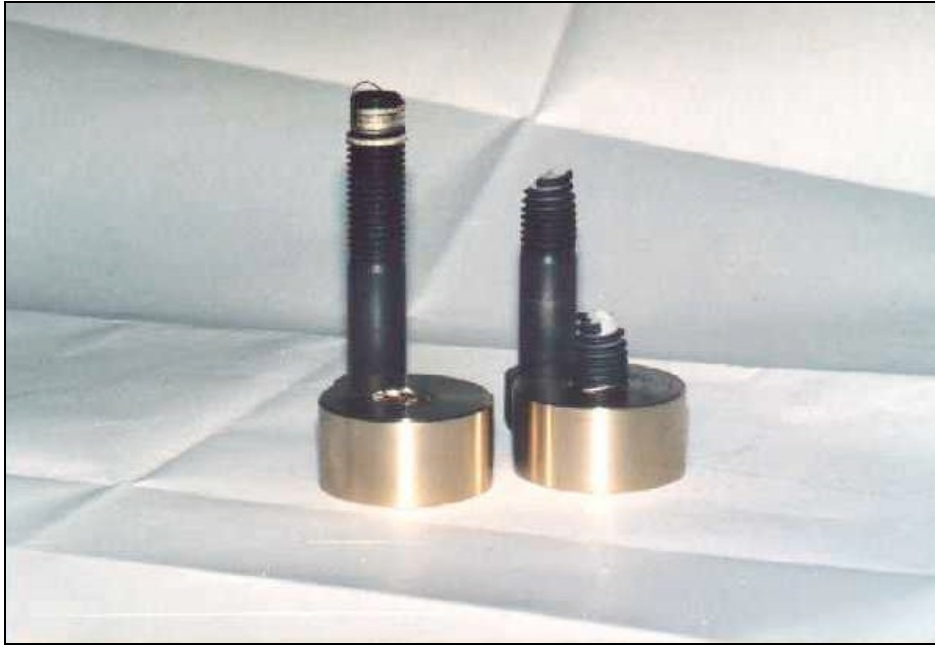


Bild 1: Abgestreiftes Gewinde und gebrochener Bolzen

Die abgebildeten Versuche wurden mit Schraubenbolzen M 20 x 110 in 8.8 und Muttern aus PAN-Bronze 220 gefahren. Es wurde nachstehende Werte ermittelt:

Links: Einschraubtiefe $m = 15$ mm, Zugkraft $F = 224,2$ kN Abstreifdurchmesser $d_t = 18,70$ mm

Rechts: Einschraubtiefe $m = 17$ mm, Zugkraft $F = 224,2$ kN mit Bolzenbruch

Für die Schraubenverbindungen sind zwei Kriterien zu beachten:

1. Um festzustellen, ob bei einer Schraubenverbindung bei einer Überlastung das Gewinde abgestreift wird oder ob der Bolzen bricht, sind für die Materialkennwerte die Zugfestigkeiten zu berücksichtigen. Die ermittelte Mindesteinschraubtiefe ist dann um ca. 5 % zu vergrößern. Damit wird sichergestellt, daß bei Überbelastung der Bolzen versagen wird.
2. Bei den allgemeinen Nachweisen, wo eine Sicherheit gegen die Streckgrenze gefordert wird, sind für die Spannungsnachweise und Ermittlung der erforderlichen Einschraubtiefe die Kennwerte der Streckgrenzen zu berücksichtigen.

Die Berechnungsgänge sind in beiden Fällen gleich.

2 Schraubenberechnung

2.1 Formelzeichen

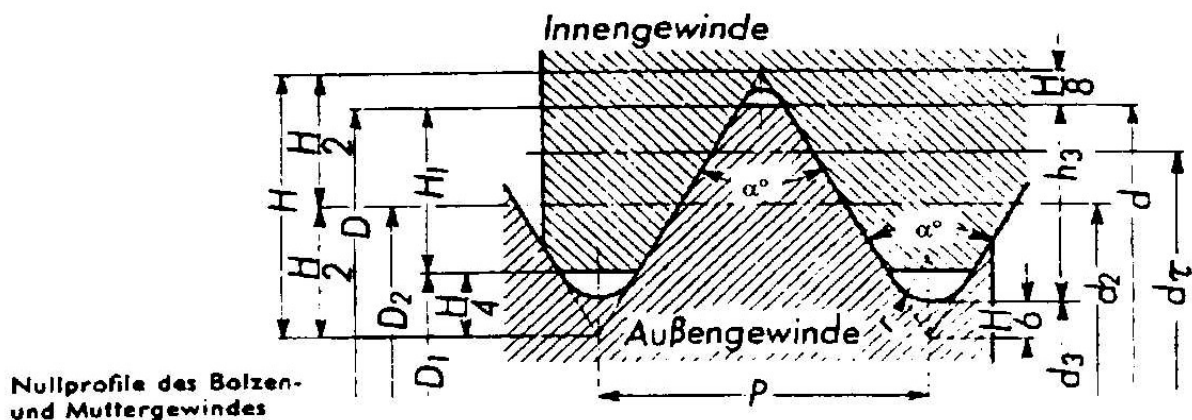


Bild 2: Nullprofil des Bolzen- und Muttergewindes

Es werden unter Berücksichtigung von Bild 2 folgende Formelzeichen verwendet:

F	Äußere oder gesamte Schraubenzugkraft
F_V	Schraubenvorspannkraft
$F_{Br} = R_{mB} * A_s$	Schraubenbruchkraft
M_A	Schraubenanzugsmoment
$\alpha_{B,M}$	Werkstoff-Faktor für Schraube oder Mutter
$\beta_{B,M}$	Scherspannungsfaktor
α°	Flankenwinkel
$R_{mB,M}$	Zugfestigkeit des Bolzen- oder Mutternwerkstoffes
$R_{pB,M}$	Streckgrenze des Bolzen- oder Mutternwerkstoffes
$\tau_{mB,M} = \beta_{B,M} * R_{mB,M}$	Grenz-Scherspannung des Bolzens bzw. der Mutter
$\tau_{pB,M} = \beta_{B,M} * R_{pB,M}$	Streckgrenzen-Scherspannung des Bolzens bzw. der Mutter
$\tau_{B,M,vor}$	vorhandene Scherspannung des Bolzens bzw. der Mutter
d, d_2	Gewindedurchmesser, Flankendurchmesser des Gewindes
d_τ, m	Durchmesser des Abscherzylinders, tragende Gewindelänge
D_I	Kerndurchmesser des Innengewindes (Mutter)
A_s	Spannungsquerschnitt des Bolzens
A_τ	Gesamtfläche des Abscherzylinders
$A_{\tau B,M}$	Scherfläche des Bolzen- bzw. Mutterngewindes
P, H	Gewindesteigung, Höhe des Grunddreiecks

2.2 Scherspannungsfaktor

Für die Ermittlung der zulässigen Scherspannungen sind je nach Werkstoff unterschiedliche Scherspannungsfaktoren β zu berücksichtigen. Aus den bisherigen Versuchen haben sich die Werte ergeben, wie sie in dem Programm SR 1, soweit bekannt, für die Bolzenwerkstoffe und für die Mutternwerkstoffe aufgeführt sind. Da bei den Versuchen Schraubenbolzen aus der Serienfertigung mit der Toleranz 6g, die Muttern mit der Toleranz 6H hergestellt wurden, die Bolzen, mit Ausnahme der gerollten Schraubenbolzen aus austenitischen Werkstoffen, im Gewindeteil brachen, sind die Einflüsse aus den Werkstoffen, den Toleranzen 6H/6g und den Kerbeinflüssen (Kerbzahl α_k und Stützfaktor υ), sowie die Biege- und Schubbeanspruchungen in dem Scherspannungsfaktor β enthalten.

2.3 Ermittlung der Einschraubtiefen

Bei den vorstehend genannten Versuchen wurde auch festgestellt, daß bei einer geringen Dehnung des Mutternwerkstoffes, Dehnung $A < 4 \%$, bei gleichen, bzw. fast gleichen Zugkräften die Gewindegänge am Bolzen und Mutter nicht abgestreift wurden, sondern daß die Mutter, wie in Bild 3 zu sehen, kugelförmig platzte. Dieses wurde sowohl bei der hier abgebildeten PAN-Bronze 16, als auch bei GG und Aluminiumguß festgestellt.



Bild 3: Kugelförmig geplatzte Mutter PAN 16 mit Bolzen M 20 x 110 aus 5.6
Links: Einschraubtiefe $m = 17$ mm, Zugkraft $F = 135,6$ kN, Mutter geplatzt
Rechts: Einschraubtiefe $m = 19$ mm, Zugkraft $F = 135,8$ kN mit Bolzenbruch

Anmerkung: Es hat sich herausgestellt, daß bei bestimmten Werkstoffkombinationen die erforderliche Einschraubtiefe kleiner sein kann als die Mindesteinschraubtiefe. Aus diesem Grunde sollten bei de Fäll durchgerechnet werden.

2.3.1 Mindesteinschraubtiefe für Bolzenbruch

Hierfür sind die Zugfestigkeiten der Werkstoffe einzusetzen. Unter der Annahme, daß die Scherspannungsfaktoren **nicht** gleich sind, ergibt sich folgender Berechnungsgang:

Unter Berücksichtigung der zul. Scherspannungen ist zuerst der Abstreifdurchmesser zu ermitteln. Die zul. Scherspannungen errechnen sich für den Bolzen und die Mutter

$$\tau_{mB} = \beta_B * R_{mB} \qquad \tau_{mM} = \beta_M * R_{mM}.$$

Aus dem umgekehrten Verhältnis der zul. Scherspannungen ergeben sich die Werkstoff-Faktoren für den Bolzen und die Mutter zu

$$\alpha_B = \tau_{mM} / (\tau_{mM} + \tau_{mB}) \qquad \alpha_M = 1 - \alpha_B.$$

In der Mitte des theoretischen Gewindes liegt der Flankendurchmesser d_2 zwischen den Gewindespitzen. Das Maß vom Flankendurchmesser d_2 bis zur Gewindespitze beträgt $H/2$. Bei den unterschiedlichen Werkstoffkennwerten, wie Zugfestigkeit bzw. Streckgrenze, verschiebt sich der halbe Durchmesser um den Wert

$$\Delta d/2 = H/2 - H_B/2$$

wobei $H_B = \alpha_B * P / \tan(\alpha^\circ/2)$ ist.

Unter Einbeziehung des Flankendurchmesser d_2 , dem Wert $0,5 = \tan(\alpha^\circ/2) * H/P$ und dem Faktor α_B beträgt der Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) * P / \tan(\alpha^\circ/2),$$

Wenn $d_\tau < D_1$ $d_\tau = D_1$
Wenn $d_\tau > d$ $d_\tau = d$

Da hier die Steigung eingeht, ergeben sich für das Regel- und das Feingewinde unterschiedliche Einschraubtiefen.

Die Bruchkraft des Bolzens beträgt

$$F_{Br} = R_{mB} * A_s.$$

Mit dieser Kraft errechnet sich die erforderliche Scherfläche des Abscherzylinders zu

$$A_\tau = F_{Br} * (1/\tau_{mM} + 1/\tau_{mB})$$

Unter Berücksichtigung des Abstreifdurchmessers beträgt dann die Mindesteinschraubtiefe

$$m_{min} = A_\tau / (d_\tau * \pi)$$

Bei dieser Einschraubtiefe herrscht „Gleichgewicht“ zwischen den tragenden Gewindegängen und dem Spannungsquerschnitt des Bolzens. Um ein Abstreifen sicher zu verhindern muß die Mindesteinschraubtiefe etwas erhöht werden. Es wird eine Erhöhung von ca. 5 % empfohlen.

2.3.2 Erforderliche Einschraubtiefe bei Betriebslast

Bei geforderten Sicherheiten zur Streckgrenze kann die Sicherheit nicht nur darin bestehen, daß die geforderte Sicherheit im Spannungsquerschnitt des Bolzens vorhanden ist, sondern es sollte selbstredend sein, daß dieselbe Sicherheit auch in den Gewindegängen, also bei einem Sack- oder Gewindegangsdurchgangsloch vorhanden sind. Da sich bei der Sicherheit die zulässigen Spannungen proportional verhalten, kann die erforderliche Einschraubtiefe mit der Zugkraft an der Streckgrenze und den Mindestwerten der Streckgrenzen errechnet werden.

Es betragen die Zugkraft an der Streckgrenze

$$F_p = A_s * R_p$$

und die Scherspannungen des Bolzens und der Mutter

$$\tau_{pB} = \beta_B * R_{pB} \qquad \tau_{pM} = \beta_M * R_{pM}.$$

Mit diesen Werten errechnen sich die Werkstoff-Faktoren für den Bolzen und die Mutter zu

$$\alpha_B = \tau_{pM} / (\tau_{pM} + \tau_{pB}) \qquad \alpha_M = 1 - \alpha_B$$

und der Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) * P / \tan(\alpha^\circ/2).$$

Die Scherfläche des Abscherzylinders ist dann

$$A_\tau = F_p * (1/\tau_{pM} + 1/\tau_{pB})$$

Mit dem Abstreifdurchmesser d_τ errechnet sich die erforderliche Einschraubtiefe zu

$$m_{\text{erf}} = A_\tau / (d_\tau \cdot \pi).$$

Die bisher bekannten Scherspannungsfaktoren sind in den Tabellen des Programms SR 1 enthalten. Sollte ein Werkstoff verwendet werden, von dem der Scherspannungsfaktor β_M noch nicht bekannt ist, sollte konservativ $\beta_M = 0,5$, bei Knetaluminium $\beta_M = 0,4$ eingesetzt werden, sofern der Scherspannungsfaktor nicht gemäß Abschnitt 2.3.4 ermittelt werden kann.

2.3.3 Berechnung der Scherspannungen im Gewinde

Um bei einer bestehenden Schraubenverbindung die vorhandenen Scherspannungen bei der Betriebskraft der Schraube und die vorhandene Sicherheit zu ermitteln, ist zuerst mit den Scherspannungen der Werkstoffkennwerte der Werkstoff-Faktor

$$\alpha_B = \tau_{pM} / (\tau_{pM} + \tau_{pB}) \qquad \alpha_M = 1 - \alpha_B$$

und damit der Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan(\alpha/2^\circ)$$

zu ermitteln.

Damit errechnet sich die Scherfläche des Abscherzylinders zu

$$A_\tau = d_\tau \cdot \pi \cdot m$$

Dieser Wert teilt sich nun im Verhältnis der Werkstoff-Faktoren in den Anteil des Bolzens und der Mutter mit

$$A_{\tau B} = A_\tau \cdot \alpha_B \qquad A_{\tau M} = A_\tau \cdot \alpha_M$$

Damit lassen sich die Einzelscherspannungen für das Bolzen- und Muttergewinde errechnen.

$$\tau_{B,\text{vor}} = F / A_{\tau B} \qquad \tau_{M,\text{vor}} = F / A_{\tau M}$$

Die Sicherheiten ergeben sich damit für die Schraube und Mutter zu

$$v_B = \tau_{pB} / \tau_{B,\text{vor}} \qquad v_M = \tau_{pM} / \tau_{M,\text{vor}}$$

Es sollte $v_B = v_M > 1,5$ sein.

2.3.4 Ermittlung des Scherspannungsfaktors $\beta_{B,M}$

Es ist für die Berechnung des Faktors zwingend erforderlich, Versuche zu machen, da die Gestaltsänderungshypothese nach *von Mises* nicht immer zutreffend ist, wie auch aus den Tabellen im Programm SR 1 ersichtlich. Davon ausgehend, daß der Faktor für den Mutterwerkstoff nicht bekannt ist, müssen für die Versuchsstücke die Zugfestigkeitswerte ermittelt werden. Mit einem Bolzen- und Muttergewinde, von dessen Werkstoff der Faktor bekannt ist, wird dann eine Zugprobe zur Bestimmung der Zugfestigkeit und der Bruchkraft gemacht. Zur Vorschätzung der Einschraubtiefe wird für den Mutterwerkstoff angenommen, daß der Faktor $\beta_M \approx 0,58$ beträgt. Mit den Formeln im Abschnitt 2.3.1 wird die Einschraubtiefe errechnet. Bei dem Versuch wird entweder das Gewinde abgestreift oder der Bolzen bricht. Bei einem abgestreiften Gewinde sind die Abstreifdurchmesser sowohl am Gewindeloch als auch beim Bolzen zu messen. Mit den bei dem Versuch festgestellten Werten der Zugkraft, dem Mittelwert der gemessenen Abstreifdurchmesser und der tragenden Einschraubtiefe kann nun der ungefähre Scherspannungsfaktor für den Mutterwerkstoff errechnet werden.

Mit den Meßergebnissen wird die Gesamtfläche des Abscherzylinders berechnet

$$A_\tau = m \cdot d_\tau \cdot \pi$$

Aus der beim Abstreifen festgestellten Abstreifkraft wird die „rechnerische Scherspannung“ für den Bolzen ermittelt:

$$\tau_{mB} = \beta_B \cdot F / A_s \quad \text{wobei bekannte } \beta_B \text{ im Programm SR 1 aufgelistet sind.}$$

Mit diesem Wert kann nun die „rechnerische Scherspannung“ der Mutter errechnet werden:

$$\tau_{mM} = (A_\tau / F - 1 / \tau_{mB})^{-1}$$

Damit ergibt sich der Scherspannungsfaktor zu

$$\beta_M = \tau_{mM} / R_{mM}$$

Mit diesem Wert muß mit der Bruchkraft des Bolzens eine Kontrollrechnung gemäß den Formeln in Abschnitt 2.3.1 durchgeführt werden, um mit weiteren Versuchen die Einschraubtiefe beim Bolzenbruch zu ermitteln. Wie die Versuchsergebnisse in [5] zeigen, können unter günstigsten Umständen bereits 2 Versuche ausreichend sein.

Es muß aber ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß der Scherspannungsfaktor zu ungenau ist, wenn der Abstand von der Bruchkraft zur Abstreifkraft groß ist. Aus diesem Grunde sollten bei zwei Versuchen die Einschraubtiefen und die festgestellten Kräfte dicht beieinander liegen und bei der größeren Kraft der Bolzenbruch erfolgt sein.



Bild 4: Austenitischer Bolzen A2-70, M 16 mit Alumutter aus 3.0615.71 (F 28)
Einschraubtiefe: $m = 21$ mm, Längung: 25 mm, Bruchkraft: $F = 128$ kN

Ferner muß auch darauf hingewiesen werden, daß bei austenitischen Schraubenbolzen mit gerolltem Gewinde der Bolzenbruch nicht im Spannungsquerschnitt des Gewindes, sondern im Schaftteil erfolgt, wie in Bild 4 zu sehen ist. Dies ist auf eine Werkstoffverfestigung beim Gewinderollen zurück zu führen.

Zur Berechnung der Einschraubtiefe muß trotz des Bruches im Schaft mit dem Spannungsquerschnitt im Gewinde gerechnet werden, also mit

$$F = R_m \cdot A_s.$$

Sollte statt des Mutterwerkstoffes der Scherspannungsfaktor des Bolzens ermittelt werden, so ist sinngemäß mit den entsprechenden Werten zu verfahren.

2.4 Berücksichtigung der Toleranzen

Die Gewinde werden nicht immer in den üblichen Toleranzen 6H/6g hergestellt, sondern auch mit größeren Abmaßen. Hier ist zu beachten, daß die Einschraubtiefe um den Betrag vergrößert wird, der sich aus den Toleranzmaßen ergibt. Erfahrungsgemäß sind diese Maße nicht besonders groß, so daß bei einer Erhöhung der rechnerischen Einschraublänge um ca. 5 % solche Abmaße kompensiert sein können..

Eine andere als sie übliche Toleranz hat nur einen geringen Einfluß auf das Maß des Abstreifdurchmessers. Unter der Annahme, daß der Kraftangriff im Abstreifdurchmesser erfolgt, kann davon ausgegangen werden, daß die in den Gewindegängen auftretenden Biegebeanspruchungen sich auch nicht anders verhalten, als wenn die übliche Toleranz vorhanden sei. Im Programm SR 1 werden die Einflüsse aus den Toleranzen berücksichtigt.

Bei einem rechnerischen Nachweis sind die entsprechenden Toleranztabellen der Normen zu berücksichtigen.

sichtigen, wie sie beispielsweise für das metrische ISO Regelgewinde in der DIN 13, Teil 20 und für das Feingewinde in DIN 13, Teil 21 aufgeführt werden.

2.5 Zulässige Flächenpressung unter den Schraubenköpfen

Im Rahmen einer Dissertation wurden an der TU Darmstadt Untersuchungen durchgeführt, um die zulässige Flächenpressung unter dem Schraubenkopf und der Mutter zu ermitteln. In [7] wurden die Ergebnisse dargestellt

Danach sind die zulässigen Flächenpressungen abhängig von der Brinellhärte des Werkstoffes. Unabhängig von den Legierungen, also auch bei Grauguß, austenitische und martensitische Stählen wird die vorhandene oder Mindest- Brinellhärte mittels der Tabelle in DIN 50150 in die „rechnerische Zugfestigkeit“ umgerechnet. Der so ermittelte Wert p_G liegt nach [7] unterhalb des Wertes $p_{G,0,025\text{ mm}}$, bei dem eine bleibende Verformung von 25 μm eintritt. Da bei den ferritischen Stählen ein fester Bezug HB zu R_m besteht, kann somit für diese Stähle $p_G = R_m$ gesetzt werden. Die auf vorstehender Basis ermittelten zulässigen Flächenpressungen p_G sind in den Werkstofftabellen des Programms SR 1 mit aufgeführt.

Die Flächenpressung errechnet sich nach Junker mit den Formelzeichen

$$F_{\max} = \text{Maximale Kraft des Schraubenbolzens} \\ (F_M + \Phi * F_A, \text{ wobei } \Phi = F_{SA}/F_A \text{ nach VDI 2230})$$

$$d_w = \text{Auflagen-Außendurchmesser des Bolzenkopfes oder Mutter}$$

$$d_a = \text{Auflagen-Innendurchmesser der Bohrung, eventuell einschließlich Aussenkung.}$$

Die auftretende Flächenpressung beträgt mit der Auflagerfläche

$$A_p = (d_w^2 - d_a^2) * \pi / 4 \\ p_{\text{vorh}} = F_{\max} / A_p \leq p_G.$$

Sollte die Flächenpressung zu hoch sein, so kann mittels einer Unterlegscheibe mit entsprechender Zugfestigkeit die Auflagerfläche vergrößert werden. Der Außendurchmesser vergrößert sich damit auf

$$d_w' = d_w + 2s$$

wobei s die Dicke der Unterlegscheibe ist. Sollte dieses Maß größer sein als der Außendurchmesser der Scheibe, so ist das kleinere Maß zu berücksichtigen.

2.6 Unterschiedliche Gewindearten

Bei den unterschiedlichen Gewindearten ändert sich nur die Formel für den Abstreifdurchmesser, da hier der halbe Flankenwinkel einzusetzen ist. Die weiteren Berechnungsschritte, wie vorstehend aufgeführt, ändern sich nicht.

Bei dem Trapez-, Rund- und Sägewinde wird zusätzlich auf die abweichende tragende Fläche der Gänge hingewiesen.

2.6.1 Metrisches Gewinde nach DIN 3 und 13

Bei dem metrischen Gewinden beträgt der Flankenwinkel $\alpha^\circ = 60^\circ$. Da hier die Höhe des Grunddreiecks $H = 0,86603 * P$ beträgt, wird der Zahlenwert $0,86603 * \tan 30^\circ = 0,5$. Somit lautet die Formel für den Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) * P / \tan 30^\circ.$$

2.6.2 Whitworth-Gewinde

Whitworth-Gewinde, wie das Regel-, das Fein- und auch das Rohrgewinde haben einen Flankenwinkel von $\alpha^\circ = 55^\circ$, sofern sie nicht auf einen Flankenwinkel von $\alpha^\circ = 60^\circ$ umgestellt sind. Da die Höhe des Grunddreiecks hier

$$H = 0,960491 * P$$

beträgt, beträgt der zu betrachtenden Zahlenwert $0,960491 * \tan 27,5^\circ = 0,5$. Unter Berücksichtigung des Flankendurchmesser d_2 lautet somit die Formel für den Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) * P / \tan 27,5^\circ.$$

2.6.3 Stahlpanzerrohrgewinde

Das Panzergewinde hat einen Flankenwinkel von $\alpha^\circ = 80^\circ$ mit einer Höhe des Grunddreiecks von

$$H = 0,595875 * P.$$

Daraus ergibt sich der Zahlenwert zu $0,595875 \cdot \tan 40^\circ = 0,5$. Somit lautet die Formel hier unter Berücksichtigung des Flankendurchmessers

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 40^\circ.$$

2.6.4 Trapezgewinde nach DIN 103

Trapezgewinde werden bekanntlich vorwiegend bei Spindeln eingesetzt. Wenn auch in der DIN 103, Teil 3, Tabelle 3 Einschraubblängenbereiche in den Gruppen N und L vorgeschlagen und in Tabelle 9 die entsprechenden Toleranzfelder genannt werden, werden die zulässigen Flächenpressungen, bei denen noch eine Gleitbewegung möglich ist, voraussichtlich überwiegend maßgebend sein. Trotzdem sollte bei der Materialpaarung darauf geachtet werden, daß der Abstreifdurchmesser innerhalb der tragenden Gewindeflanken liegt.

Mit dem Flankenwinkel von $\alpha^\circ = 30^\circ$ für das Trapezgewinde und einer Höhe des Grunddreiecks von $H = 1,866 \cdot P$

beträgt der Zahlenwert $1,866 \cdot \tan 15^\circ = 0,5$. Damit lautet die Formel für den Abstreifdurchmesser unter Berücksichtigung des Flankendurchmessers

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 15^\circ.$$

Aus der DIN 103, Teil 1 (siehe Bild 2 und Bild 3) geht hervor, daß die Gewindetiefe des Grundprofils $H_1 = 0,5P$ beträgt. Unter Berücksichtigung der tragenden Höhe ergibt sich als maximaler Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + H_1 = d_2 + 0,5P$$

Da der Wert $(0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 15^\circ = 0,5P$ ist ergibt sich der maximale Werkstoff-Faktor zu

$$\alpha_B = 0,5 - 0,5 \cdot \tan 15^\circ = 0,366$$

für den größten Abstreifdurchmesser. Beim kleinsten Abstreifdurchmesser beträgt

$$\alpha_B = 1 - 0,366 = 0,634$$

Mit diesen Werten würden die Abstreifdurchmesser bei den Gewindespitzen des Bolzens und der Mutter liegen.

Um sicher zu stellen, daß der Abstreifdurchmesser nicht an den Spitzen der Gewindegänge liegt, sollte die Bedingung

$$d > d_\tau > D_1$$

erfüllt sein. Diese Bedingung ist dann erfüllt, wenn der Werkstoff-Faktor

$$\alpha_B = 0,375 \text{ bis } 0,625$$

beziehungsweise, wenn das Verhältnis der Scherspannungen

$$\tau_{pM} / \tau_{pB} = 3/5 \text{ bis } 5/3$$

beträgt. Das würde einer tragenden Flankenhöhe von $0,467P$ entsprechen.

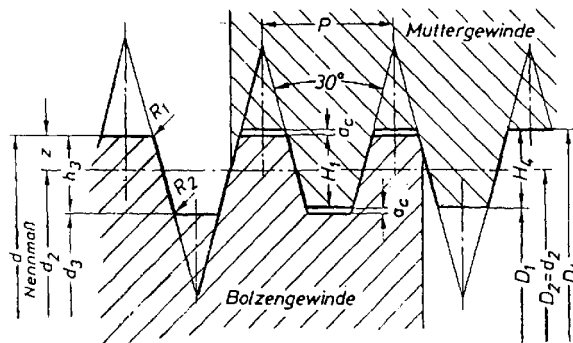


Bild 5: Profile für Bolzen und Muttern Gewinde

Zusätzlich zu den Formelzeichen bei Bild 2 sind noch folgendes Formelzeichen zu beachten:

D_1	[mm]	Kerndurchmesser des Muttern Gewindes
P	[mm]	Steigung des eingängigen und Teilung des mehrgängigen Gewindes
F_s	[N]	Betriebskraft der Spindel
A_K	[mm ²]	Kernquerschnitt der Spindel
A_{pw}	[mm ²]	Fläche für Flächenpressung pro Windung
$A_{p,erf}$	[mm ²]	Erforderliche Fläche für Pressung
w_{erf}	[--]	erforderliche Windungen bei Pressung

m_w	[--]	erforderliche Mutternhöhe aus Pressung
s	[mm]	Flankenspiel

Zur Berechnung der Werkstoffpaarung wird von der Spindel ausgegangen. Mit den Daten für die Spindel wird als erstes die Kraft an der Streckgrenze

$$F_{pB} = F_s \cdot v$$

ermittelt, wobei F_s die Betriebskraft und v die geforderte Sicherheit ist.

Wenn die Daten der Spindel bekannt sind, so ergibt sich mit dem Kernquerschnitt

$$A_K = d_3^2 \cdot \pi / 4$$

die erforderliche Streckgrenze des Bolzenwerkstoffes zu

$$R_{pB} = F_{pB} / A_K$$

so daß damit der Werkstoff für die Spindel bestimmt werden kann.

Ist jedoch der Werkstoff vorgegeben, so errechnet sich der Kernquerschnitt zu

$$A_K = F_{pB} / R_{pB}$$

so daß damit die Spindel Daten bestimmt werden können.

Zur Ermittlung des Mutterwerkstoffes ist das Verhältnis der Scherspannungen zu beachten. Damit ergibt sich die Streckgrenze des Mutterwerkstoffes zu

$$R_{pM} = R_{pB} \cdot \beta_B \cdot 3 / (5 \cdot \beta_M) \text{ bis } R_{pB} \cdot \beta_B \cdot 5 / (3 \cdot \beta_M)$$

Da bei einigen Bronze-Werkstoffen auch die zulässige Flächenpressung bei der Gleitbewegung angegeben wird, kann nunmehr die Mindestanzahl der Windungen aus der Betriebskraft berechnet werden. Die erforderlich Fläche beträgt

$$A_{p,erf} = F_s / p_{zul}$$

Mit der Fläche pro Windung

$$A_{pw} = d_2 \cdot \pi \cdot P / 2$$

ergibt sich die erforderliche Anzahl der Windungen zu

$$w_{erf} = A_{p,erf} / A_{pw}$$

Damit wird die erforderliche Mutternhöhe aus der Flächenpressung

$$m_w = w_{erf} \cdot P$$

errechnet.

Die Berechnung der erforderlichen Mutternhöhe unter Berücksichtigung der Sicherheiten erfolgt wie im Abschnitt 2.3.3 angeführt. Die jeweils größere Mutternhöhe ist dann für die Konstruktionsausführung maßgebend.

Wie in Bild 6 ersichtlich, werden auch Trapezgewinde mit Flankenspiel hergestellt. Auch hier beträgt der Abstreifdurchmesser

$$d_t = d_2 + (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 15^\circ$$

Für die Ermittlung der erforderlichen Einschraubtiefe sind die vorhandenen Flankenspiele zu berücksichtigen, wobei die Grenzmaße für die Muttergewinde der DIN 103, Blatt 5 und Blatt 6 und für das Bolzengewinde den Blättern 7 und 8 zu entnehmen sind.

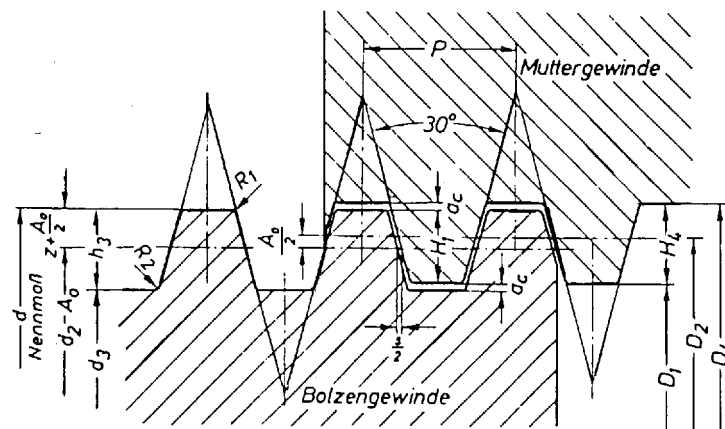


Bild 6: Profil mit Flankenspiel

Aus meßtechnischen Gründen mußte für die Höhe des Grunddreiecks sowohl der nichttragende Flankenwinkel von 30° als auch der tragende Flankenwinkel von 3° berücksichtigt werden.

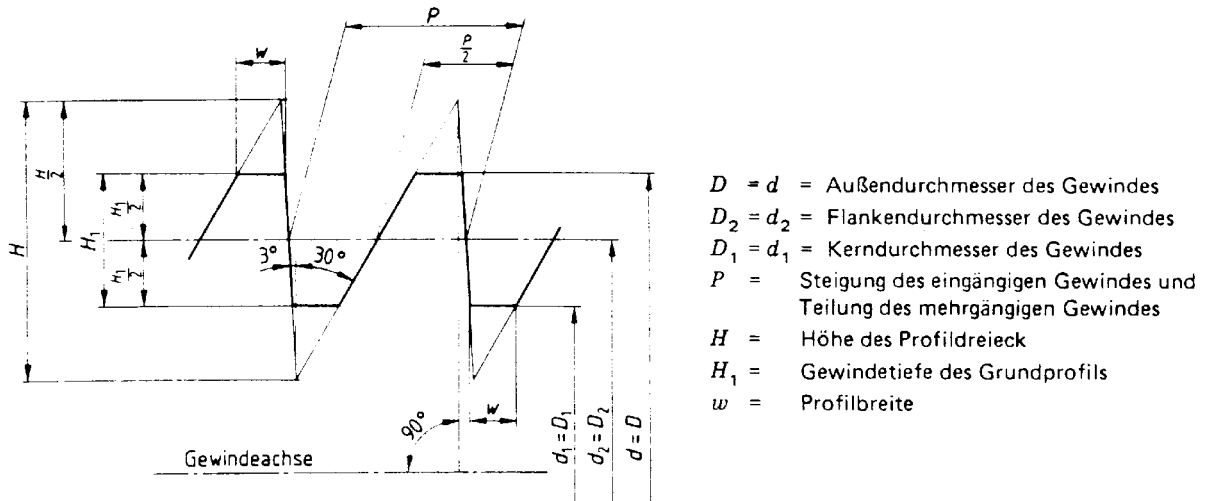


Bild 8: Grundprofil des Sägengewindes

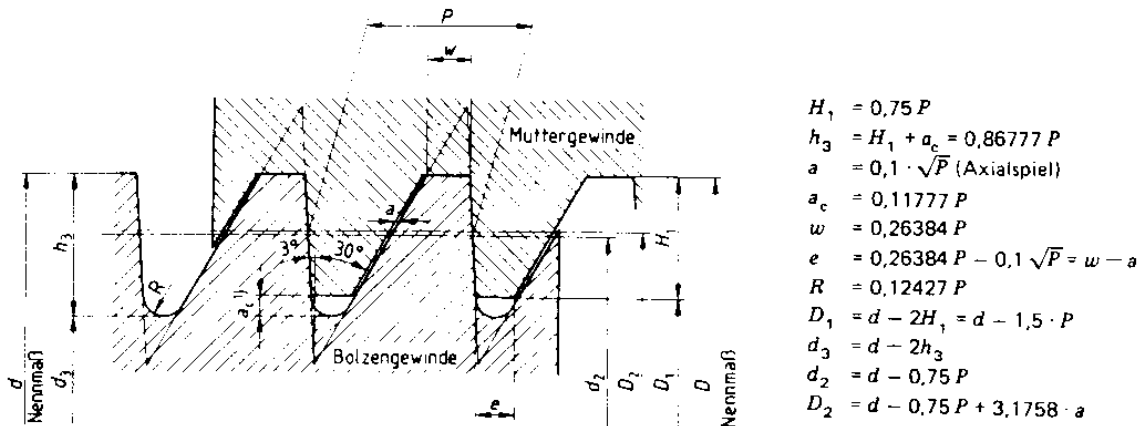


Bild 9: Profile für Bolzen- und Muttergewinde mit Spiel an den nichttragenden Flanken im Kerndurchmesser und ohne Spiel zwischen den tragenden Flanken im Außendurchmesser (Nennmaß)

Die Zuordnungen der Gewindedurchmesser und Steigungen sind aus der Tabelle in DIN 513, Teil 2, Abschnitt 4 zu entnehmen.

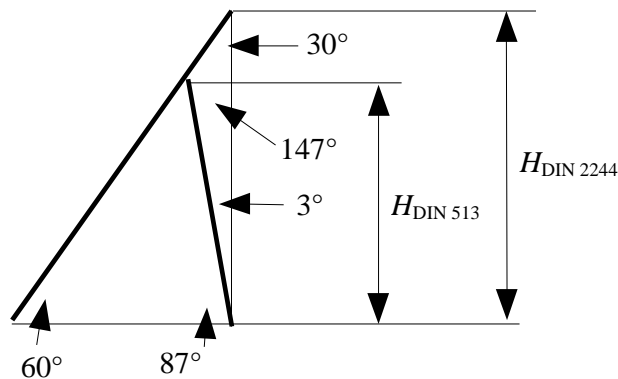


Bild 10: Ermittlung des Ersatzwinkels

Unter Berücksichtigung des Sinussatzes errechnet sich somit die Höhe des Profildreiecks zu

$$H = \text{ctg } 30^\circ \cdot \sin 30^\circ / \sin 147^\circ \cdot \cos 3^\circ = 1,5879 \cdot P.$$

Zur Berechnung des Abstreifdurchmessers wird in diesem Falle ein rechnerischer Ersatzwinkel benötigt. Dieser beträgt

$$\operatorname{ctg} \alpha_{\text{ersatz}} = \operatorname{ctg} 30^\circ \cdot \sin 30^\circ / \sin 147^\circ \cdot \cos 3^\circ = \underline{1,5879},$$

somit beträgt der rechnerische Ersatzwinkel

$$\alpha_{\text{ersatz}}^\circ = \underline{32,201^\circ}$$

Für die Berechnung des Abstreifdurchmessers wird, wie im Abschnitt 2.3.3 ausgeführt, der Werkstoff-Faktor α_B benötigt, der sich zu

$$\alpha_B = \tau_M / (\tau_M + \tau_B)$$

errechnet.

Unter Berücksichtigung des Flankendurchmessers und der rechnerischen Ersatzwinkel errechnet sich der Abstreifdurchmesser zu

$$d_\tau = d_2 + 2(0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 32,2^\circ$$

Aus der DIN 513, Teil 1 (siehe Bild 2) geht hervor, daß die Gewindetiefe des Grundprofils $H_1 = 0,75P$ beträgt. Unter Berücksichtigung der tragenden Höhe ergibt sich als maximaler Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + H_1 = d_2 + 0,75P$$

Da der Wert $2 \cdot (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 32,2^\circ = 0,75P$ ist, ist dann $(0,5 - \alpha_B) = 0,75 \cdot \tan 32,2^\circ / 2 = 0,2362$ und daraus ergibt sich der maximale Werkstoff-Faktor zu

$$\alpha_B = 0,5 - 0,2362 = 0,2638$$

$$\alpha_M = 1 - \alpha_B$$

für den größten Abstreifdurchmesser. Beim kleinsten Abstreifdurchmesser beträgt

$$\alpha_B = 1 - 0,2638 = 0,7362$$

Mit diesen Werten würden die Abstreifdurchmesser bei den Gewindespitzen des Bolzens und der Mutter liegen.

Um sicher zu stellen, daß der Abstreifdurchmesser nicht an den Spitzen der Gewindegänge liegt, sollte die Bedingung

$$d > d_\tau > D_1$$

erfüllt sein. Diese Bedingung ist dann erfüllt, wenn der Werkstoff-Faktor

$$\alpha_B = 0,3 \text{ bis } 0,7$$

beträgt.

Die erforderliche Scherfläche des Abscherzylinders beträgt mit der Zugkraft F , errechnet aus dem Spannungsquerschnitt mit der Zugfestigkeit, bzw. Mindeststreckgrenze

$$A_\tau = F \cdot (1 / \tau_M + \tau_B)$$

Damit wird die Einschraubtiefe

$$m = A_\tau / (d_\tau \cdot \pi)$$

Gemäß DIN 513, Bild 2 (siehe auch Bild 9) befindet sich bei der nichttragenden Flanke ein Axialspiel von

$$a = 0,1 \cdot \sqrt{P}$$

Zum Ausgleich dieses Freimaßes, sind die Anzahl der Gewindegänge

$$Z = m / P$$

zu ermitteln. Somit ergibt sich die Länge des Ausgleichs zu

$$m_a = Z \cdot a = Z \cdot 0,1 \cdot \sqrt{P}$$

Damit wird die effektive Einschraubtiefe

$$m_{\text{eff}} = m + m_a$$

Die Berechnung der in den Gewindegängen auftretenden Scherspannungen und vorhandenen Sicherheiten werden wie im Abschnitt 2.3.3 aufgeführt berechnet.

Für die Berechnung der Trapez- und Sägewinde-Spindeln sind einige Mutterwerkstoffe der PAN-Metalle in der nachstehenden Tabelle aufgeführt.

PAN-Werkstoff	Herstellungsart	$R_{0,2}$ [N/mm ²]	R_m [N/mm ²]	Härte <i>HB 10</i>	$\sigma_{d0,2} = p_G$ [N/mm ²]	p_{max} [N/mm ²]	β_M	E-Modul [N/mm ²]	α_T
Bz. 10	G	150	280	75	160	40		110000	0,0000175
	GZ, GC	170	320	90	160	40		110000	0,0000175
Bz. 12	G	180	300	95	210	50	0,64	100000	0,0000180
	GZ, GC	200	350	110	210	60	0,64	100000	0,0000180
Bz. 14	G	170	250	115	180	60	0,68	95000	0,0000185
	GZ, GC	200	320	125	180	65	0,68	95000	0,0000185
SoBz 16	G	180	250	130	160	70	0,85	80000	0,0000185
	GZ, GC	220	300	150	160	80	0,85	80000	0,0000185
AlMBz. 220	G	330	650	170	290	120	0,32	125000	0,0000170
	GZ, GC	380	750	180	290	150	0,32	125000	0,0000170

Anmerkung: G = Formguß, GZ = Schleuderguß, GC = Strangguß, GK = Kokillenguß,

p_{max} = Max. Flächenpressung, bei der ein Gleiten noch möglich ist.

PAN-Metallgesellschaft Baumgärtner GmbH & Co.KG, Am Oberen Luisenpark 3, D 68165 Mannheim

Tabelle 1: PAN-Gleitmetalle

Literatur:

- [1] **Stückle, R.** „Berechnung der Schrauben (nach Bach)“, Uhlands Ingenieur-Kalender 1939, 65. Jahrgang, Teil II, Seite 104 und 105, Kröner Verlag Stuttgart, 1938
- [2] **Alexander, E.A.** „Analysis and design of threaded assemblies“. Int. Automotive Engng. Congress and Exposition, Detroit. 1977 Rep.-Nr.770420.
- [3] **Richtlinie VDI 2230, Bl. 1:** Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubverbindungen (Juli 1986, korrigierter Nachdruck 1990)
- [4] **Dose, G.F.; Pittner, K.-J.** „Neuartige Berechnung von Schrauben unter Berücksichtigung der Werkstoffkennwerte“, Konstruktion 48 (1996), Heft 6, Seite 183 bis 188, Springer Verlag, Berlin
- [5] **Dose, G.F.** „Ermittlung der Scherspannungsfaktoren für die neuartige Schraubenberechnung“, Konstruktion 49 (1997) Heft 1/2, Seite 28 bis 32, Springer-VDI-Verlag, Düsseldorf.
- [6] **Dose, G.F.** „Anwendung eines Schraubenberechnungs-Verfahrens auf verschiedene Gewindearten“, Konstruktion 50 (1998) Heft 7/8, Seite 45 bis 49, Springer-VDI-Verlag, Düsseldorf.
- [7] **Hasselmann, Uwe,** „Grenzflächenpressung verspannter Teile“, Vortrag zur 5. Informations- und Diskussionsveranstaltung SCHRAUBENVERBINDUNGEN - Neue Ergebnisse aus Forschung und Praxis, TU Darmstadt.